



Fonctions affines : cours de maths en 3ème

Dans cette leçon, nous considérerons comme acquis le chapitre sur les **fonctions linéaires** .

On se placera dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

I. Les fonctions affines :

1. Activité d'introduction :

Considérons un rectangle de longueur x cm et de largeur 3 cm.



Notons y son périmètre.

Nous allons étudier les variations du périmètre en fonction de celles de la longueur.

a. Compléter le tableau de valeur suivant :

Longueur (en cm)	1	2	4	5
Périmètre (en cm)	8	10	14	16

b. Ce tableau représente-t-il une situation de proportionnalité ?

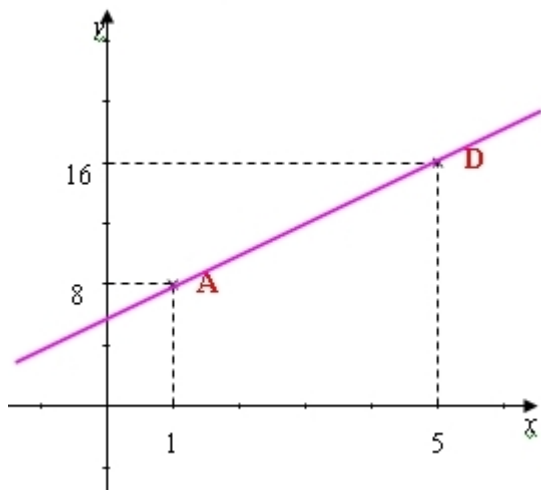
c. Le périmètre est-il une fonction linéaire de la longueur du rectangle ?

d. Donner une relation (égalité) reliant y et x .

On dit que le périmètre (y) est une « fonction affine » de la longueur (x).

Nous avons $y = 2x + 6$ d'après la formule du périmètre d'un rectangle

e. Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points $A(1;8)$, $B(2;10)$, $C(4;14)$, $D(5;16)$.



f. Quelles sont vos remarques ?

Tous les points sont alignés sur une droite.

2. Définition :

Définition :

Soient a et b deux nombres relatifs donnés.

La fonction affine f de coefficients a et b est définie par la relation :

A tout nombre x on associe le nombre $ax+b$.

On note $f : x \rightarrow ax+b$ (où f définie par $f(x)=ax+b$)

Le nombre $f(x)$ est appelé image de x par la fonction f .

Exemples :

Dans l'activité précédente la périmètre est une fonction affine f de la longueur.

En notant x la longueur. O

n a $f(x)= 2x+6$ avec $a=2$ et $b=6$.

Si $a = 3$ et $b = -5$ alors la fonction affine est : $f : x \rightarrow 3x-5$.

Calculer l'image des nombres 2 et -3 par f .

$$f(2)=3 \times 2-5 = 6-5=1 \text{ donc l'image de } 2 \text{ par } f \text{ est } 1.$$

$$f(-3)=3 \times (-3)-5=-9-5=-14$$

Remarque :

Une fonction linéaire est une fonction affine puisqu'elle s'écrit \boxed{x} avec $b=0$.

La réciproque est fautive.

Une fonction affine n'est pas toujours linéaire.

Contre-exemple : $h : x \rightarrow 3x+2$ est affine mais pas linéaire.

3. Courbe représentative d'une fonction affine :

Dans l'activité d'introduction, nous avons remarqué que la courbe est une droite,

Cette propriété est généralisée pour toutes les fonctions affines. Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine $f : x \rightarrow ax+b$ est une droite.

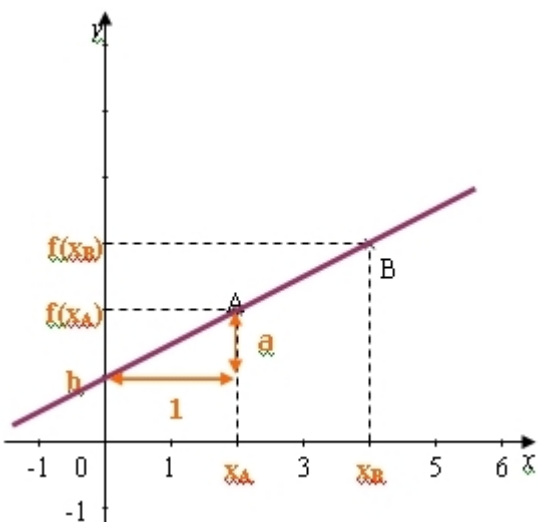
Cette droite a pour équation réduite $y=ax+b$.

a est appelé « le coefficient directeur »

et b « l'ordonnée à l'origine ».

Remarque :

b s'appelle l'ordonnée à l'origine car $f(0)=ax_0+b=b$ donc la droite passe par le point de coordonnées $(0,b)$ donc par l'ordonnée à l'origine.



Exemple :

Représenter graphiquement $f : x \rightarrow 3x+2$.

Méthode :

Le principe est le même que pour les fonctions linéaires.

Sauf que dans ce cas il nous faut deux points.

Prenons deux valeurs de x différentes et calculons leur image.

Valeur de x	0	2
Valeur de f(x)	2	8
Points de la droite	A(0;2)	B(2;8)

II.Détermination de l'expression d'une fonction affine par le calcul :

Méthode :

Le procédé est similaire à celui des fonctions affines sauf que dans ce cas nous avons deux coefficients (a et b) déterminer donc il nous faut deux informations donc les coordonnées de deux points.

Exemple :

Déterminer l'expression de la fonction f dont la courbe passe par les points A(2,5) et B (-1 ; -1)

$$y = ax + b$$

A appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient l'équation $5 = 2a + b$.

B appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient l'équation $-1 = -1a + b$.

Nous sommes donc amenés à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2a + b = 5 \\ -a + b = -1 \end{cases}$$

Après résolution, nous obtenons $a = 2$ et $b = 1$.

Conclusion :

La fonction f recherchée est : $f : x \rightarrow 2x + 1$.

Remarque :

b s'appelle l'ordonnée à l'origine car $f(0) = a \times 0 + b = b$ donc la droite passe par le point de coordonnées (0,b) donc par l'ordonnée à l'origine.

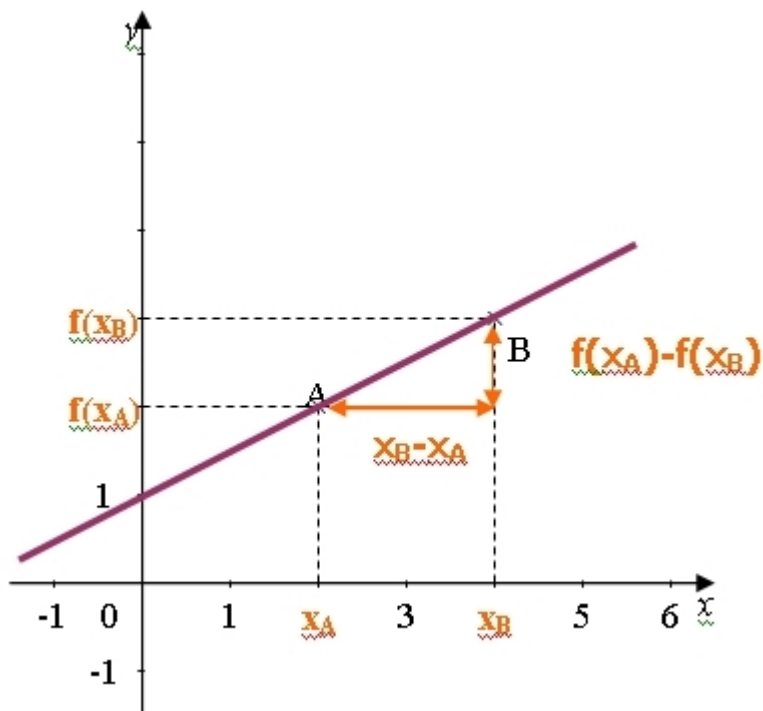
Si le chapitre sur les systèmes n'a pas été étudié,

a est le coefficient de proportionnalité entre les accroissements de

f(x) et ceux de x donc pour tout nombres x_A et x_B distincts

$$\text{Donc } a = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B}$$

et b s'obtient en résolvant $f(x_A) = ax_A + b$ ou $f(x_B) = ax_B + b$.



Retrouvons l'expression de la fonction f par cette méthode :

$$a = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B} = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{5 - (-1)}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

ensuite

$$f(x_A) = ax_A + b$$

$$5 = 2a + b$$

$$5 = 2 \times 2 + b$$

$$b = 5 - 4 = 1$$

ou

$$f(x_B) = ax_B + b$$

$$-1 = 2x(-1) + b$$

$$-1 = -2 + b$$

$$b = -1 + 2 = 1$$

Conclusion :

nous retrouvons bien $a=2$ et $b=1$ donc $f: x \rightarrow 2x+1$.